MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN REGIONAL DE VERAGUAS
CENTRO EDUCATIVO PADRE JUAN JOSÉ CÁNOVAS

MÓDULO DE AUTOINSTRUCCIÓN
MATEMÁTICA
10º CIENCIAS

PROFESOR IRVIN PINTO
irvinmat@hotmail.com

2020

Asignatura: Matemática 10º
Área: Álgebra

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:

- ✓ Resuelve problemas cotidianos que involucren conceptos básicos, propiedades y operaciones algebraicas de potenciación y radicación.
- ✓ Analiza la relación que existe entre la potenciación y la radicación.
- ✓ Valora la aplicabilidad de la potenciación y radicación en solución de problemas del contexto.

INDICADORES DE LOGROS:

- ✓ Describa, con seguridad y en forma oral, el concepto de potenciación.
- ✓ Responda con Razonamiento lógico preguntas sobre la aplicación de la potenciación a situaciones reales
- ✓ Aplica las propiedades de la potenciación en las expresiones algebraicas para la solución de problemas del contexto, en equipo de trabajo.

CONTENIDO:

- **Potenciación con expresiones algebraicas**
  - Concepto
  - Propiedades
  - Aplicaciones

IINDICACIONES.

Estimado estudiante, lea comprensivamente el contenido que se le presenta a continuación y analice los ejemplos resueltos con el fin de que pueda comprenderlos; luego de esto realice en su cuaderno de matemática las prácticas correspondientes a cada tema; finalmente resuelva la asignación de cada tema, estas últimas deben ser entregada al profesor para su evaluación

BIBLIOGRAFÍA:

Matemática 10, Ediciones Santillana; Matemática 10 Ediciones Susaeta; BENDIBURG, Zoila y Ubaldino Sandoval (2004). Matemática I Liceo ; Matemática 10 – PEARSON PRENTICE HALL, entre otros.

irvinmat@hotmail.com

TEMA N° 1: POTENCIACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Potenciación:
En matemática encontramos expresiones aritméticas y expresiones algebraicas que emplean y utilizan los exponentes, por ello es necesario conocer propiedades que sean herramientas de simplificación y manipulación para reducir dichas expresiones.
Las potencias de un número se obtienen mediante sucesivas multiplicaciones del número por sí mismo. El término a elevado a la tercera potencia, por ejemplo, se puede expresar como a· a· a ó a3.
Los factores primos de un cierto número son aquellos factores en los que éste se puede descomponer de manera que el número se puede expresar sólo como el producto de números primos y sus potencias. Por ejemplo, $15 = (3)(5)$ los factores primos de 15 son 3 y 5. Del mismo modo, como $60 = (2)(3)(5)$, los factores primos de 60 son 2, 3 y 5.

Definición:
Una **potencia** es una forma abreviada de expresar la multiplicación de un número por sí mismo varias veces.
La operación que se desarrolla para encontrar una potencia de un número o de una expresión algebraica, se llama **potenciación.**

$$(a)^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}} = k$$

El número que multiplicamos por sí mismo (***a***) se llama **base** y, el número de veces que multiplicamos la base (***n***) se llama **exponente y** el resultado (***k***) potencia**.**

Ejemplo: $\left(3x^2y\right)^4 = \left(3x^2y\right)\left(3x^2y\right)\left(3x^2y\right)\left(3x^2y\right) = 81x^8y^4$

El exponente ***es 4,*** indica las veces que se multiplica la base $3x^2y$ por ella misma dando como resultado la potencia $81\,x^8\,y^4$.

Para desarrollar potencias de una expresión es necesario aplicar las leyes de los signos y conocer cada uno de los términos de la potenciación.

Leyes de los signos

Al desarrollar la potencia de una expresión, pueden darse los siguientes casos**.**

Estrategia de Enseñanza Aprendizaje "diagrama de cuadro"
Leyes de los signos para la potencia.

Casos	*Enunciado*	*Ejemplos*
1	***El exponente es par (2,4,6,8,….): Luego sin importar si la base es positiva o negativa, la potencia resultas siempre positiva.***	$(3x)^2 = (3x)(3x) = 9\,x^2$ $(-3x)^4 = (-3x)(-3x)(-3x)(-3x) = 81\,x^4$
2	***El exponente impar (1, 3, 5, 7,…): Si la base es positiva la potencia resulta positiva.***	$(3x)^3 = (3x)(3x)(3x) = 27\,x^3$
	Si la base es negativa la potencia resulta positiva.	$(-3x)^5 = (-3x)(-3x)(-3x)(-3x)(-3x) = -243\,x^5$

irvinmat@hotmail.com

Observación: La potencia $(0)^0$ no responde a ninguna de estas leyes y se considera una forma indeterminada.

Forma Exponencial

Cuando dos o más expresiones matemáticas se multiplican entre sí, cada uno de ellos es llamado factor del producto.
En el caso de que el producto sea el resultado de haber multiplicado varios factores iguales por sí mismo, este puede ser escrito en notación exponencial.

La **notación exponencial** es utilizada para indicar que una expresión matemática tiene factores iguales, dado que se repiten varias veces en el producto.

Esta notación nos permite simplificar, expresiones matemáticas que muchas veces nos facilitan cálculos tediosos que aparecen en ciertas situaciones

Estrategia de Enseñanza Aprendizaje "diagrama de cuadro"

Notación Exponencial de expresiones matemática

Productos de factores iguales	***Notación Exponencial***
$(3)(3)(3)(3)$	$(3)^4$
$(a^2b)(a^2b)(a^2b)$	$(a^2b)^3$
$(x+y)(x+y)$	$(x+y)^2$
$(b)(b)(b)(b)(b)(b)(b)\ldots(b)$	b^n

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

La potenciación tiene unas propiedades muy importantes que se estudiarán a continuación.

I. Exponente entero positivo: el entero positivo que indica el número de veces que la base se utiliza como factor, se llama exponente entero positivo.

Leyes de los exponentes enteros positivos:

si **a** y **b** son bases cualesquiera distintos de cero y m y n enteros positivos, se tienen las siguientes leyes de los exponentes.

1) **Multiplicación o Producto de Potencia de Igual Base:** Si se multiplica potencia con igual base como por ejemplo: $(3)^2(3)^3$ se está realizando lo siguiente: $(3)(3)\left[(3)(3)(3)\right]$ como el producto es asociativo se puede expresar así: $(3)(3)(3)(3)(3)$ y esto es igual a $(3)^5$. Por eso se puede decir: $(3)^2(3)^3=(3)^5$

En forma general se tiene que: $(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{m}}\cdot(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{n}}=\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}}$

Propiedad #1
El producto de dos potencias de igual base es igual a la misma base elevada a la suma de sus dos exponentes

Ejemplos:

1) $(2)^3(2)^2=2^{3+2}=2^5=32$

2) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2\left(-\frac{2}{5}\right)^2\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{2}{5}\right)^{2+2+1}=\left(-\frac{2}{5}\right)^5=-\frac{32}{3125}$

irvinmat@hotmail.com

3) $(\boldsymbol{w})^{3}(\boldsymbol{w})^{-2}(\boldsymbol{w})^{-7} = (\boldsymbol{w})^{3-2-7} = (\boldsymbol{w})^{3-9} = \boldsymbol{w}^{-6}$

2) **División o Cociente de Potencias de Igual Base:**

Si se divide potencias con igual base por ejemplo: $\frac{(2)^5}{(2)^3}$ se está realizando lo siguiente: $\frac{(2)(2)(2)(2)(2)}{(2)(2)(2)}$ como el cociente se puede simplificar se puede expresar así: $\frac{(2)(2)(\cancel{2})(\cancel{2})(\cancel{2})}{(\cancel{2})(\cancel{2})(\cancel{2})} = (2)(2)$ y esto es igual a $(2)^2$. Por eso se puede decir: $\frac{(2)^5}{(2)^3} = (2)^2$

En forma general:

$$\frac{(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{m}}}{(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{n}}} = (\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}} \; si \; m > n \; y \; a \neq 0$$

$$\frac{(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{m}}}{(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{n}}} = \frac{1}{a^{n-m}} \; si \; m < n \; y \; a \neq 0$$

$$\frac{(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{m}}}{(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{n}}} = 1 \; si \; m = n$$

Propiedad #2
El cociente de dos potencias de igual base es igual a la misma base elevada a la diferencia de sus dos exponentes

Ejemplos:

1) $\frac{(10)^7}{(10)^2} = (10)^{7-2}$
$= (10)^5$
$= (10)(10)(10)(10)(10)$
$= 100000$

2) $\frac{(7)^5}{(7)^9} = \frac{1}{(7)^{9-5}}$
$= \frac{1}{(7)^4}$
$= \frac{1}{2401}$

3) $\frac{(x)^3}{(x)^3} = (x)^{3-3}$
$= x^0$
$= 1$

3) **Potencia de Potencia**

La tercera propiedad se refiere a la potencia de una potencia, es decir, la operación de elevar un número a una potencia, y el resultado se eleva a otra potencia, por ejemplo: $\left[(5)^2\right]^3 = (5)^2(5)^2(5)^2$. Según la propiedad del producto $(5)^2(5)^2(5)^2 = (5)^{2+2+2} = (5)^6$. De esta manera se tiene que: $\left[(5)^2\right]^3 = (5)^6$

En forma general: $\left[(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{n}}\right]^{\boldsymbol{m}} = (\boldsymbol{a})^{(n)(\boldsymbol{m})}$

Propiedad #3
Una potencia elevada a un exponente es igual a la base de la primera potencia elevada al producto de los exponentes

irvinmat@hotmail.com

Ejemplos:

1) $\left[\left(-\frac{3}{7}\right)\right]^3 = \left(-\frac{3}{7}\right)^{(1)(3)}$
$= \left(-\frac{3}{7}\right)^3$
$= -\frac{27}{343}$

2) $\left[\left(-3.5\right)^2\right]^2 = \left(-3.5\right)^{(2)(2)}$
$= \left(-3.5\right)^4$
$= 150.0625$

4) **La potencia de un producto:**

Al realizar el siguiente producto, elevado a una potencia: $\left[(3)(4)\right]^2 = \left[(3)(5) * (3)(5)\right] = (3)(3)(5)(5)$ se tiene que la última igualdad es cierta porque el producto es conmutativo y asociativo, y finalmente $(3)(3)(5)(5) = (3)^2\,(5)^2$

En forma general $\left[(a)(b)\right]^n = (a)^n\,(b)^n$

Propiedad #4
El producto de dos números elevados a un exponente es igual al producto de cada uno de sus factores elevado al exponente.

Ejemplos:

1) $(2\boldsymbol{b})^5 = 2^5\boldsymbol{b}^5 = 32\boldsymbol{b}^5$

2) $\left(\frac{-3\boldsymbol{mn}}{4}\right)^3 = \left(\frac{-3}{4}\right)^3(\boldsymbol{m})^3(\boldsymbol{n})^3 = \frac{-27\boldsymbol{m}^3\boldsymbol{n}^3}{64} = -\frac{27\boldsymbol{m}^3\boldsymbol{n}^3}{64}$

3) $\left(-3\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{y}^3\right)^3 = -3^3\left(\boldsymbol{x}^2\right)^3\left(\boldsymbol{y}^3\right)^3 = -27\boldsymbol{x}^6\boldsymbol{y}^9$

5) Propiedad del Exponente Negativovo

El exponente negativo proviene de dividir dos potencia de la misma base cuando el exponente del dividendo es menor que el del divisor. Así por ejemplo: $\frac{5^2}{5^4} = (5)^{2-4} = 5^{-2}$.

Como $\frac{5^2}{5^{2+2}} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2}$, entonces $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$.

En forma general $(a)^{-n} = \frac{1}{a^n}\ con\ a \neq 0$

Propiedad #5
Toda cantidad elevada un exponente negativo equivale a una fracción cuyo numerador es uno (1), y su denominador la misma con exponente positivo

Observación: cuando la base de un exponente negativo es una fracción, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Ejemplos:

$(w)^{-10} = \frac{1}{w^{10}}$

$(a)^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{a^{\frac{3}{4}}}$

$\left(x^{-2}y^{\frac{1}{2}}\right)^{-3} = x^6y^{-\frac{3}{2}} = \frac{x^6}{y^{\frac{3}{2}}}$

irvinmat@hotmail.com

6) **Todo número elevado a la uno es igual al mismo número. Es decir:**

$$a^1 = a$$

Ejemplos:

1) $(14)^1 = 14$ **2)** $\left(\frac{-3}{4}\right)^1 = \frac{-3}{4}$ **3)** $(2xy)^1 = 2xy$

7) **Exponente cero (0)**

El exponente cero proviene de dividir potencias iguales de la misma base, de esta forma: $\frac{4^5}{4^5} = 4^{5-5} = 4^0$ Según las leyes de la división, $\frac{4^5}{4^5} = 4^{5-5} = 4^0$ por otra parte, como toda cantidad dividida por sí misma equivales a uno (1), tenemos que $\frac{4^5}{4^5} = 1$. Ahora bien, tenemos por tanto, $\frac{4^5}{4^5} = 4^{5-5} = 4^0 = 1$.

En forma general se tiene: $(a)^0 = 1 \ \forall a \neq 0$

Propiedad #7
Toda cantidad distinta de cero elevada al exponente cero equivale uno (1).

Ejemplos:

1) $(10)^0 = 1$

2) $\left(\frac{3x^4}{2x^5}\right)^0 = 1$

3) $(x)^7 \div (x)^7 = 1$

Otros Ejemplos:

1) Resolver la potencia $\left[x^3 \cdot \left(-2x^2\right)^2\right]^3$

Solución:

$$\begin{aligned}\left[x^3 \cdot \left(-2x^2\right)^2\right]^3 &= \left[x^3 \cdot (-2)^2 \left(x^2\right)^2\right]^3 \\ &= \left[x^3 \cdot 4x^4\right]^3 \\ &= \left(x^3\right)^3 (4)^3 \left(x^4\right)^3 \\ &= 64x^9 \cdot x^{12} \\ &= 64x^{9+12} \\ &= 64x^{21}\end{aligned}$$

Calcular el valor de $P = \dfrac{\left(y^5\right)^2 \cdot \left(y^2\right)^6 \cdot \left(y^3\right)^4}{\left(y^4\right)^4 \cdot \left[\left(y^2\right)^3\right]^3}$

Solución:

$$P = \frac{\left(y^5\right)^2 \cdot \left(y^2\right)^6 \cdot \left(y^3\right)^4}{\left(y^4\right)^4 \cdot \left[\left(y^2\right)^3\right]^3} = \frac{y^{10} \cdot y^{12} \cdot y^{12}}{y^{16}\left(y^6\right)^3} = \frac{y^{10+12+12}}{y^{16} \cdot y^{18}} = \frac{y^{34}}{y^{16+18}} = \frac{y^{34}}{y^{34}} = y^{34-34} = y^o = 1$$

irvinmat@hotmail.com

ACTIVIDAD APRENDIZAJE Nº 1

I. Resuelva las siguientes potencias, haciendo uso de la definición e identifique los elementos y explique la función de cada uno de ellos.

1) $\left(2x^4\right)^3 =$ ***2)*** $\left(-2.5a^2b\right)^3 =$ ***3)*** $\left(-\frac{1}{5}mnp\right)^4 =$ ***4)*** $\left(-p^3q^2r\right)^5 =$

II. Expresa cada número como el producto de potencias de sus factores primos, para ello utiliza las **reglas de divisibilidad por 2, 3, 5, 7, 11,… etc.**

a) 8 ***b)*** 36 ***c)*** 64
d) 121 ***e)*** 125 ***f)*** 162
g) 1225 ***h)*** 1296 ***i)*** 300

III. **Aplique las propiedades de la potenciación en la simplificación de las siguientes potencias**.

1) $(2)^6(2)^4 =$ **2)** $(x)^{3a+1}(x)^{2a-4} =$ **3)** $(y^{2m}y^m)(x^{3n}x^{4n})$

4) $(3xy^3z^2)(-x^2y^3)^2 =$ **5)** $\frac{(-2)^8}{(-2)^5}$ **6)** $\frac{a^7}{a^{14}}$

7) $\left(\frac{-2}{5}x^6\right)\left(\frac{-5}{8}x\right)\left(\frac{3}{4}x^3\right)$ **8)** $(3x^0y^4)(2x^2y)(4xy^3)$ **9)** $\frac{(3)^4(3)^2(3)^5}{(3)^2(3)^3}$

10) $(\boldsymbol{x}+\mathbf{3})^{\mathbf{3}}(\boldsymbol{x}+\mathbf{3})^{\mathbf{2}}=$ **11)** $\left(\frac{3}{4}a^2b^5c\right)\left(\frac{4}{3}a^4b^0b^0\right)$ **12)** $(2x^2y)^4 \div (-3xy)^4$

13) $\left[\left(3a^2b^2\right)\left(5ab^3\right)\right]^2$ **14)** $\left(-\frac{1}{3}x^3y^2\right)^3$ **15)** $(3^ab^35^cc^2)^5$

16) $(3x^3y^4z^2)^{-3}$ **17)** $\frac{x^{-5}}{y^{-2}}$ **18)** $\left(\frac{18a^4b^5}{6a^6b^3}\right)^2$

19) $40a^5b^7 \div 10a^2b^3$ **20)** $\left(\frac{a^3b^3c^5}{4ab^2}\right)^3$ **21)** $140a^5b^7 \div 15a^2b^3$

22) $\frac{7}{5}x^4y^5 \div \frac{49}{25}xy$ **23)** $\left[\frac{6x^{-2}y^3}{\left(18x^7y^{-4}z\right)^{-2}}\right]^{-1} =$ **24)** $\left(\frac{36}{4}a^6b^{15}c\right)\left(\frac{8}{12}a^4b^0b^3\right)$

IV. Resolución de Problemas:

1) El cubo de un número es 7249. ¿Cuál es el cubo del doble de dicho numero?

irvinmat@hotmail.com

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN REGIONAL DE VERAGUAS
C.E. PADRE JUAN JOSÉ CÁNOVAS
ASIGNACIÓN N ° 1

NOMBRE: ________________________________ GRUPO____________ FECHA: _______________
PROF. IRVIN R. PINTO M. Valor Total: 25 puntos

I. Resuelva cada una de las siguientes potencias aplicando la definición. Valor 4 puntos.

5) $\left(2x^3\right)^4 =$ ***6)*** $\left(-4m^2n\right)^3 =$ ***7)*** $\left(-\frac{2}{3}x^2y^3z^5\right)^5 =$ ***8)*** $\left(-1.3p^2qr^2\right)^3 =$

II. Simplifique las siguientes expresiones algebraicas haciendo uso de las propiedades de la potenciación. Valor 16 puntos.

1) $(3)^2(3)^3 =$ **2)** $(y)^{2a-4}(y)^{3a-5} =$ **3)** $(5ab^2c^2)(-a^4b^3)^2 =$

4) $\frac{x^8}{x^{15}}$ **5)** $35m^8b^7 \div 7m^5b^3$ **6)** $\left(-\frac{1}{5}x^4y^3\right)^3$

7) $(2x^my)^4 \div (-3xy^n)^4$ **8)** $\frac{\left(\frac{15y^3}{5y^3}\right)^2}{5y^3}$

III.Resuelva cada uno de los siguientes problemas. Valor 5 puntos.

1) La quinta potencia de un número es 140. Determine, sin calcular el número, la quinta potencia del triple de dicho numero.

irvinmat@hotmail.com

Tema N°2: Potenciación con Exponente Fraccionario y Negativos

Introducción

Las raíces cuadradas a menudo se escriben usando un signo de radical: $\sqrt{4}$. Pero hay otra forma de representar el cálculo de una raíz. Podemos usar **exponentes fraccionarios** en lugar de un radical.

¿No te puedes imaginar cómo elevar un número a una potencia fraccionaria? Puede que sea difícil acostumbrarse, pero los exponentes fraccionarios pueden incluso ayudar a **simplificar** algunos problemas. Veamos cómo funcionan estos exponentes fraccionarios que llamamos **radiales racionales.**

Origen exponente fraccionario:
El exponente fraccionario proviene de extraer una raíz a una potencia cuando el exponente de la cantidad sub-radical no es divisible por el índice de la raíz.
Sabemos que para extraer una raíz a una potencia se divide el exponente de la potencia por el índice de la raíz. Si el exponente no es divisible por el índice, hay que dejar indicada la división y se origina el exponente fraccionario.

Interpretación del exponente fraccionario
Los exponentes y los radicales son operaciones inversas. Por lo que puede sorprenderte un poco saber que un número exponencial puede ser expresado como un radical y viceversa. La tabla de abajo muestra algunos ejemplos exponentes fraccionarios que se pueden escribir como radicales. Nota que el denominador del exponente fraccionario y el índice del radical es el número 2.

Exponente	Radical	Entero
$9^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{9}$	3
$49^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{49}$	7
$144^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{144}$	12

A manera de ejercicio:
Llena los espacio en blancos, pasando la expresión dada a radical y dando su resultado entero.

1) Estos ejemplos nos ayudan a modelar una relación entre los exponentes fraccionarios y los radicales: a saber, que la enésima raíz de un número puede escribirse ya sea como $x^{\frac{1}{n}}$ ó $\sqrt[n]{x}$

Exponente	Radical
$x^{\frac{1}{2}}$	
$x^{\frac{1}{3}}$	
$x^{\frac{1}{4}}$	
$\vdots$	$\vdots$
$x^{\frac{1}{n}}$	

Enunciado de la propiedad del exponente fraccionario
Toda cantidad elevada a un exponente fraccionario equivale a una raíz cuyo índice es el denominador del exponente y la cantidad subradical es la misma cantidad elevada a la potencia que indica el numerador del exponente.
En forma general decimos que:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

irvinmat@hotmail.com

Recíprocamente:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Ejemplos:
Expresar con signo radical

1) $a^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{a^3}$

2) $2x^{\frac{1}{2}} = 2\left(\sqrt[2]{x^1}\right) = 2\sqrt{x}$

3) $\left(x^{\frac{2}{3}}\right)\left(y^{\frac{1}{4}}\right) = \left(\sqrt[3]{x^2}\right)\left(\sqrt[4]{y}\right)$

4) $x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$

Expresar con exponente fraccionario

1) $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$

2) $\boldsymbol{2\sqrt[4]{a^3} = 2a^{\frac{3}{4}}}$

3) $\boldsymbol{\left(\sqrt{x^3}\right)\left(\sqrt[5]{y^4}\right) = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)\left(y^{\frac{4}{5}}\right)}$

4) $\sqrt[6]{\frac{16x^3y^4}{9z^2}} = \left(\frac{16x^3y^4}{9z^2}\right)^{\frac{1}{6}} = \frac{(2^4)^{\frac{1}{6}}\,(x^3)^{\frac{1}{6}}\,(y^4)^{\frac{1}{6}}}{(3^2)^{\frac{1}{6}}\,(z^2)^{\frac{1}{6}}} = \frac{\left(2^{\frac{2}{3}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}}\right)\left(y^{\frac{2}{3}}\right)}{\left(3^{\frac{1}{3}}\right)\left(z^{\frac{1}{3}}\right)}$

$16 = (2)(2)(2)(2) = 2^4$

Propiedad del exponente negativo
El exponente negativo proviene de dividir dos potencia de la misma base cuando el exponente del dividendo es menor que el del divisor. Así $\frac{a^2}{a^3} = a^{-1}$

Toda cantidad elevada un exponente negativo equivale a una fracción cuyo numerador es uno (1), y su denominador la misma con exponente positivo. Decimos que $(a)^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Es fácil de comprobar.

Observación: cuando la base de un exponente negativo es una fracción, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

<u>Pasar factores del numerador de una expresión al denominador o viceversa</u>

Cualquier factor de una expresión algebraica se puede pasar al denominador con tal de **<u>cambiarle el signo al exponente</u>**.

<u>Ejemplo:</u>

Sea la expresión $\frac{a^{-2}b^{-3}}{x^{-4}y^{-5}}$

De acuerdo a la propiedad del exponente negativo, tenemos:

irvinmat@hotmail.com

$$\frac{a^{-2}b^{-3}}{x^{-4}y^{-5}}=\frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)\left(\frac{1}{b^3}\right)}{\left(\frac{1}{x^4}\right)\left(\frac{1}{y^5}\right)}=\frac{\frac{1}{a^2b^3}}{\frac{1}{x^4y^5}}=\left(\frac{1}{a^2b^3}\right)\left(\frac{x^4y^5}{1}\right)=\frac{x^4y^5}{a^2b^3}$$

Utilizando la observación antes descrita solo tendríamos: $\frac{a^{-2}b^{-3}}{x^{-4}y^{-5}}=\frac{x^4y^5}{a^2b^3}$

Operaciones algebraicas con exponentes negativos y fraccionarios.

Ejemplos:

1) Multiplique $(a^{-5}b^{-4})(a^{-2}b^{-6})$

Solución: $(a^{-5}b^{-4})(a^{-2}b^{-6})=(a^{-5}a^{-2})(b^{-4}b^{-6})=a^{-7}b^{-10}=\frac{1}{a^7b^{10}}$

2) Multiplique $\left(3x^{-4}\ y^{\frac{1}{2}}\ z^{-1}\right)\left(2x^{\frac{1}{2}}\ y^{-4}\ z^{-\frac{1}{2}}\right)$

Solución: $\left(3x^{-4}\ y^{\frac{1}{2}}\ z^{-1}\right)\left(2x^{\frac{1}{2}}\ y^{-4}\ z^{-\frac{1}{2}}\right)=3(2)\left(x^{-4}\ x^{\frac{1}{2}}\right)\left(y^{\frac{1}{2}}\,y^{-4}\right)\left(z^{-2}\,z^{-\frac{1}{2}}\right)=6x^{-\frac{7}{2}}\ y^{-\frac{7}{2}}\ z^{-\frac{5}{2}}=\frac{6}{x^{\frac{7}{2}}\ y^{\frac{7}{2}}\ z^{\frac{5}{2}}}$

3) Multiplique $(x^{-2})(x^{-5}\,x^{-3}\,x^{-2})$

Solución: $(x^{-2})(x^{-5}\,x^{-3}\,x^{-2})=(x^{-2})(x^{-10})=x^{-12}=\frac{1}{x^{12}}$

4) Divida $\frac{a^{-5}b^{-3}}{a^{-2}b^{-2}}$

Solución: $\frac{a^{-5}b^{-3}}{a^{-2}b^{-2}}=a^{-5-(-2)}b^{-3-(-2)}=a^{-5+2}b^{-3+2}=a^{-3}b^{-1}=\frac{1}{a^3b}$

5) Divida $\frac{x^{-\frac{1}{3}}\ y}{x^{-\frac{1}{4}}\ y^{-3}}=$

Solución: $\frac{x^{-\frac{1}{3}}\ y}{x^{-\frac{1}{4}}\ y^{-3}}=x^{-\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{4}\right)}\,y^{1-(-3)}=x^{-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}\,y^{1+3}=x^{-\frac{1}{12}}y^4=\frac{y^4}{x^{\frac{1}{12}}}$

ACTIVIDADAD DE APRENDIZAJE N° 2

I. Transforme cada una de las siguientes expresiones como un radical

1) $\left(49a^2b^6\right)^{\frac{1}{2}}$ 2) $\left(4x^3-1\right)^{\frac{5}{7}}$ 3) $\left(3^{\frac{1}{5}}\right)\left(x^{\frac{2}{5}}\right)\left(b^{\frac{3}{5}}\right)$ 4) $s^{\frac{1}{3}}\left[\left(s^{\frac{2}{3}}\right)\left(s^{\frac{5}{3}}\right)\right]$

5) $\left(121x^{10}y^6\right)^{\frac{3}{2}}$ 6) $\left(2^{\frac{2}{3}}\right)\left(3^{\frac{1}{3}}\right)$ 7) $\left(5^{\frac{2}{4}}\right)\left(a^{\frac{3}{4}}\right)\left(b^{\frac{5}{4}}\right)\left(c^{\frac{7}{4}}\right)$ 8) $a^{\frac{1}{2}}\left[\left(a^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}}\right)\right]$

II. Transforme de radicales a potencias con exponentes fraccionario

irvinmat@hotmail.com

1) $\sqrt[4]{x^3}$ 2) 3) $\sqrt[3]{x^{5n}(x+y)^{5n+10}}$ 4) $\sqrt[3]{(a+b)^2}$

5) $\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 6) $\frac{2}{3}\left(\sqrt[5]{32a^5b^{10}}\right)\left(\sqrt[4]{16a^4b^3}\right)$ 7) $\left(\sqrt[3]{27x^6y^9z^3}\right)\left(\sqrt{4x^2y^3z^4}\right)$ 8) $\left(\sqrt{n}\right)\left(\sqrt[3]{n^2}\right)$

III. Exprese con exponente positivo y simplifique:

1) $3^{-2}pq^{-3}r$ 2) $\frac{3^{-2}a^0b^{-6}}{27^{-1}a^{-8}b^2}$ 3) $\frac{7^0m^{-3}n}{14^{-1}m^{-3}n^{-3}p^{-4}}$

4) $\frac{\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}x^{-1}y^{-1}z^{-1}}{25^{-1}xy^0z^{-3}}$ 5) $\frac{6^{-3}x^2y^{-12}z^{-6}}{x^{-7}y^2z^3}$ 6) $\frac{7}{49^{-1}ab^{-4}c}$

7) $\frac{m^{-2}n^{-2}}{m}$ 8) $\frac{p^{-3}q^{-4}}{p^4q^5r^{-1}}$ 9) $\frac{hk^{-7}}{3^{-4}h^{-3}k^{-8}}$

IV. Realiza las operaciones indicadas, simplifica y expresar la respuesta con exponente positivo, para ello aplique las leyes de los exponentes

1) $a^{2x-1}.a^{2x-3}.a^{x-6}$ 2) $\left(\frac{w^{3-m}}{w^m}\right)^{-1}\left(\frac{w^{3-m}}{w^m}\right)^{-1}$ 3) $\frac{b^{6-y}}{b^{4-y}}$

4) $\left(\frac{p^{2x-1}}{p^{3-2x}}\right)^{-3}$ 5) $\left(\frac{27^{p-1}}{9^{3-p}}\right)^{-3}$ 6) $\left(\frac{k^{-3t+2}}{k^{2-4t}}\right)^{-1}$

7) $\frac{(x^{2n-3}y^{n-2})^3}{x^{n-8}y^{3n-7}}$ 8) $\left(\frac{9^{-2}m^{-3}n^{-3}}{3^{-5}m^{-1}n^{-1}}\right)^{-2}$ 9) $\frac{\left(a^4b^3c^2\right)^2}{\left(a^{-2}b^{-2}c\right)^{-3}\left(ab^{-1}c^4\right)^2}$

10) $\left(\frac{x^{2a-b}\cdot x^{2a+b}}{x^{2a}\cdot x^{3b}}\right)^{2a+b}$ 11) $\left[\left(\frac{3^{-2}x^{-4}y^{-5}z^{-6}}{2^{-3}x^{-3}y^{-4}z^9}\right)^{-3}\left(\frac{2^6x^{-7}y^6z^3}{3^7x^{-6}y^{-9}z^{-4}}\right)^{-4}\right]^{-1}$ 12) $\left(\frac{x^{a+b}}{x^b}\right)^a\left(\frac{x^{b-a}}{x^b}\right)^{a-b}$

13) 14) 15)

V. Resuelva las siguientes operaciones con exponentes negativos y fraccionarios. Dé su respuesta con exponente positivo.

1) $\left(12x^{\frac{1}{2}}y^{-1}\right)\left(2x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{2}{3}}\right)$ 2) $\left(4a^{\frac{1}{3}}b^{-2}\right)\left(5a^{\frac{2}{3}}y^{-1}\right)$ 3) $\frac{8x^{-1}y^{\frac{2}{5}}}{4xy^{-\frac{1}{5}}}$ 4) $\frac{x^{-2}y^{-1}}{x^{-3}y^{-2}}$

5) $4x^{-2}y^{-2}\left(x^{\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{3}{2}}\right)$ 6) $a^{\frac{2}{3}}\left(a - a^{\frac{2}{3}} + a^3\right)$ 7) $\left(\frac{2}{3}x^{-5}y^{-3}z^{-8}\right)\left(\frac{9}{10}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}z^{-3}\right)$ 8) $\frac{x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}}{x^{-\frac{1}{2}}y^{-1}}$

irvinmat@hotmail.com

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN REGIONAL DE VERAGUAS
C.E. PADRE JUAN JOSÉ CÁNOVAS
ASIGNACIÓN N ° 2

NOMBRE: ________________________________ GRUPO____________ FECHA: _______________
PROF. IRVIN R. PINTO M. Valor Total: 30 puntos

I. Exprese cada una de las siguientes potencias como un radical. Valor 4 puntos.

1) $\left(64x^4y^6\right)^{\frac{1}{2}}$ 2) $\left(7^{\frac{2}{5}}\right)\left(p^{\frac{3}{5}}\right)\left(r^{\frac{5}{5}}\right)\left(s^{\frac{7}{5}}\right)$

II. Escriba cada radical commo una potencia de exponente fraccionario. Valor 3 puntos

1) $\sqrt[3]{x^{5n}(x+y)^{5n+10}}$ 2) $\sqrt{a^5b^3}$

III. Exprese con exponente positivo y simplifique: valor 6 puntos

1) $\dfrac{9^{-2}p^{-3}q^{-5}r^{-7}}{3^{-3}pq^{-6}r^{-6}}$ 2) $\dfrac{6^{-4}a^{-10}b^0}{36^{-2}a^{-10}b^0}$ 3) $\dfrac{2^2y^4\left(y^{-3}\right)^{-2}}{2^6y^{-3}}$

IV. Resuela las operaciones indicadas, simplifique y exprese la respuesta con exponente positivo. Valor 9 puntos.

1) $\left(\dfrac{27ab^{-2}c}{6a^2bc^2}\right)\left(\dfrac{64a^5bc^4}{9b^{-1}c^{-3}}\right)$ 2) $\left(125p^{-3}q^{-5}\right)^{-4}\left(5^4p^8q^{-1}\right)^{-4}$ 3) $\dfrac{\left(a^{3n+1}b^{n-4}c^{4n}\right)^4}{\left(a^{n-2}b^{2n-1}c^{2n}\right)^{-2}}$

VI. Resuelva las siguientes operaciones de expresiones algebraicas con exponentes negativos y fraccionarios. Dé su respuesta con exponente positivo. Valor 8 puntos.

1) $\dfrac{m^{\frac{3}{4}}n^{-\frac{3}{4}}}{m^{-\frac{1}{2}}n^{\frac{3}{4}}}$ 2) $\left(9^{\frac{1}{2}}m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{2}{5}}\right)\left(9^{-\frac{1}{2}}m^{-\frac{1}{3}}n^{-\frac{1}{5}}\right)$

irvinmat@hotmail.com